NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2002

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 15 uppgifter. **Del I** består av 7 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 15 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 43 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 12 poäng. Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

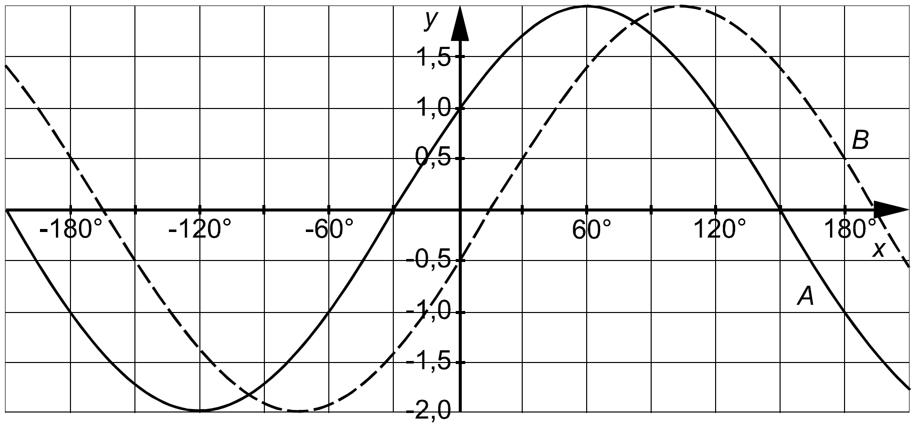
Del I

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_0^3 (x^2+4x)\,dx$ (2/0)

2. Beräkna $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ då $f(x)=2\sin x$ (2/0)

3.



Kurva *A* beskrivs av ekvationen $y=2\sin(x+30°)$
Ange en ekvation för kurva *B*. *Endast svar fordras* (2/0)

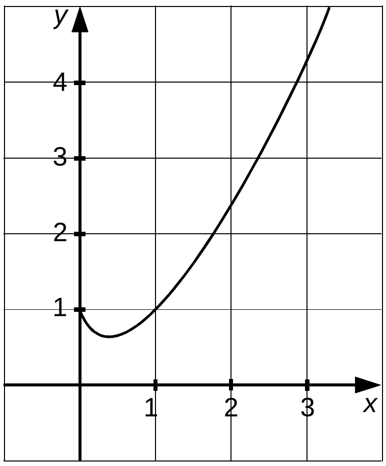
4. Vilken eller vilka av nedanstående ekvationer har två lösningar i intervallet $0 \le x \le \pi$

A: $\cos x = -0{,}3$
B: $\sin x = 0{,}8$ *Endast svar fordras* (1/0)

5. Bestäm $g(x)$ om $g'(x) = \sin 3x + \cos 2x$ och $g(\pi) = 2$ (3/0)

6. Bestäm det positiva talet a så att $\int_1^a \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = 2$ (2/0)

7.



Ovanstående diagram visar grafen till en funktion $f(x)$ vars derivata är $1 + \ln x$

Beräkna med hjälp av diagrammet $\int_1^3 (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x$ (0/2)

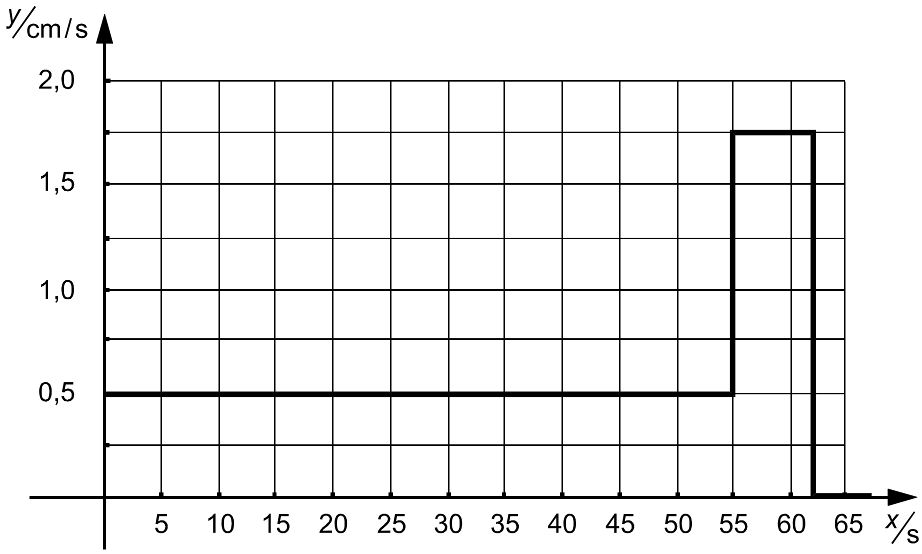
DEL II

**Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.**

8. Visa att $y = 10\,\mathrm{e}^{2x}$ är en lösning till differentialekvationen $y' - 2y = 0$ (2/0)

9. En triangel har sidorna 5,0 cm, 6,0 cm och 7,0 cm.
Beräkna triangelns största vinkel. (2/0)

10. Vatten rinner med jämn hastighet ner i en från början tom behållare.
Nedanstående figur visar med vilken hastighet, *y* cm/s, vattennivån stiger i behållaren.

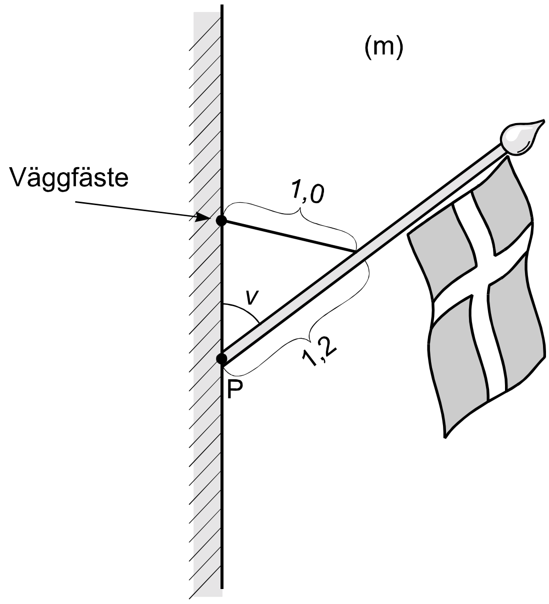


a) Hur lång tid tar det innan vattnet slutar rinna? (1/0)

b) Hur högt når vattennivån? (2/0)

c) Rita en skiss som visar hur behållaren kan se ut. (0/1)

11.



Över dörren till en butik sitter en flaggstång. Den hålls upp av ett stag med längden 1,0 m. Butiksägaren ska flytta stagets väggfäste så att flaggstången bildar vinkeln $v = 30°$ med väggen. Väggfästet placeras rakt ovanför punkten P. Bestäm avståndet mellan P och väggfästets nya läge. (2/1)

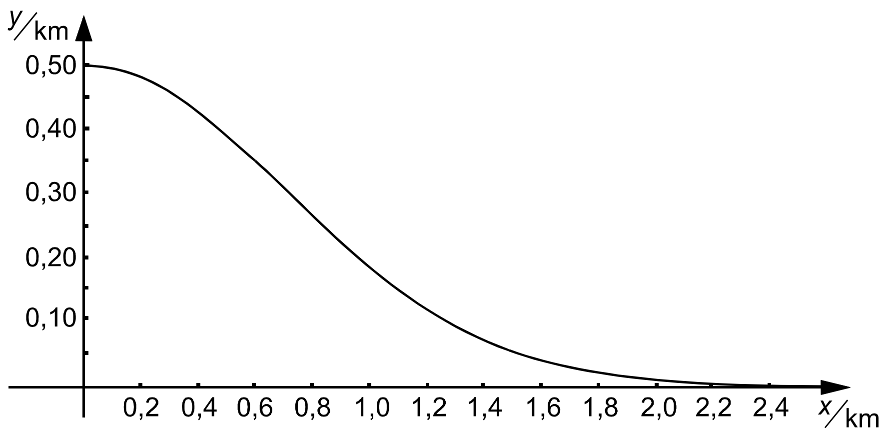
12. Kurvorna $y = e^{0,2x}$ och $y = x^2$ innesluter tillsammans med y-axeln ett område i första kvadranten. Teckna integralen för områdets area samt bestäm denna area med minst tre värdesiffror. (0/3)

13. a) Visa att $1 + \cos 4x = 2\cos^2 2x$ (0/1)

b) Beräkna det exakta värdet av integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} 2\cos^2 2x \, dx$$ (0/2)

14. En skidbacke har fallhöjden 500 meter. Banprofilen ser du i bilden nedan.



Höjden y km är en funktion av sträckan x km.
Sambandet mellan y och x ges av

$y = 0{,}5\mathrm{e}^{-x^2}$, $0 \le x \le 2{,}5$

a) Bestäm backens lutning för $x = 0{,}8$ (0/2)

Ett allmänt sätt att beskriva backar med liknande banprofil som ovan ges av funktionen

$y = 0{,}5\mathrm{e}^{-ax^2}$, $0 \le x \le 2{,}5$

där a är en positiv konstant.

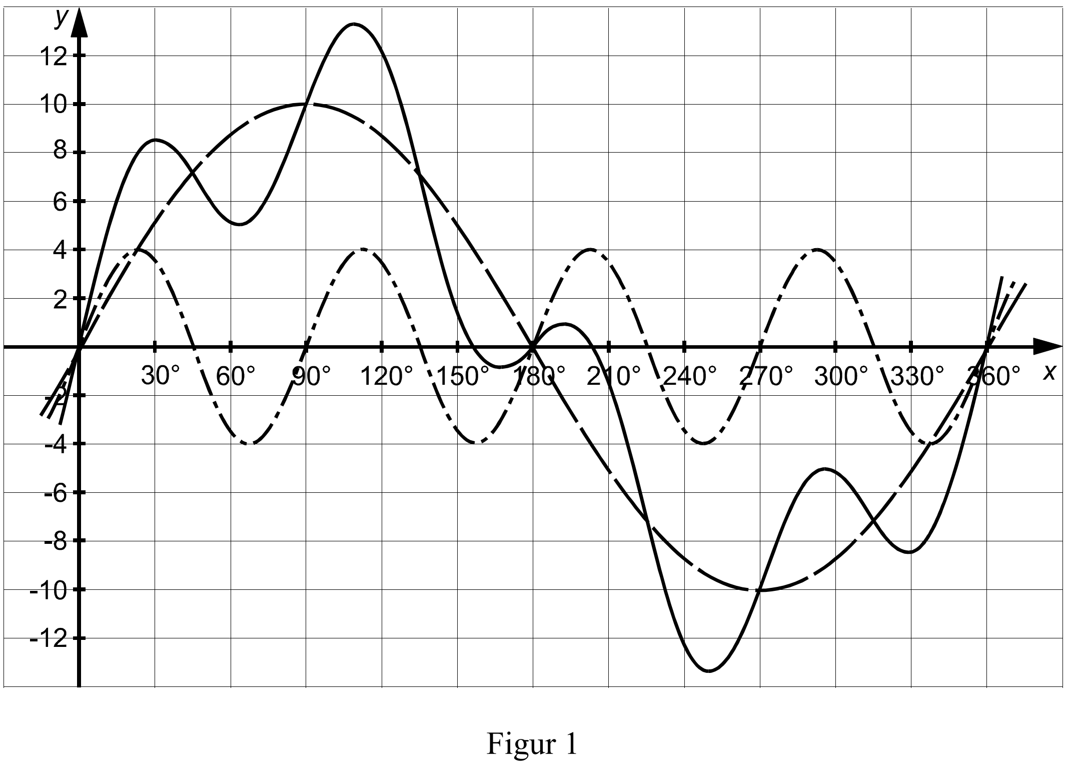
b) Ställ upp en ekvation för bestämning av x-värdet i den punkt där backar med en sådan banprofil är brantast. (0/3/¤)

c) Bestäm a så att backen är brantast för $x = 1{,}0$ (0/1)

15. En ton låter olika då den spelas på orgel eller fiol. Detta beror på att klangen är sammansatt av en grundton och flera så kallade övertoner. Övertonerna kan vara olika starka och det är detta som ger instrumentets klangfärg.
Övertonernas perioder förhåller sig på ett enkelt sätt till grundtonen. Om vi väljer en fiolsträng som exempel så kan den ge en ton som beskrivs med en summa av termer $a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + \ldots\ldots .$

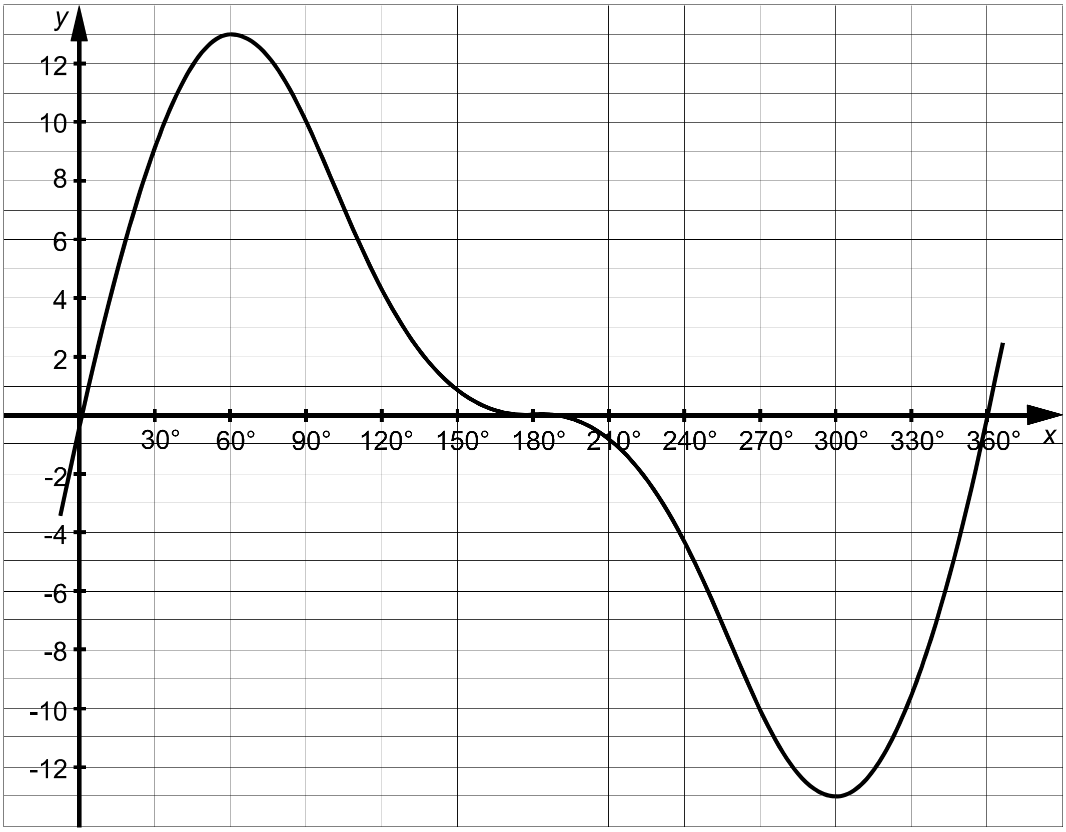
$a_1 \sin x$ motsvarar grundtonen och sedan följer 1:a övertonen, 2:a övertonen osv.

- Figur 1 visar graferna till de funktioner som beskriver en grundton $(y = a \sin x)$, dess tredje överton $(y = b \sin 4x)$ samt den ton som fås av dessa tillsammans $(y = a \sin x + b \sin 4x)$.
  Bestäm konstanterna *a* och *b*.



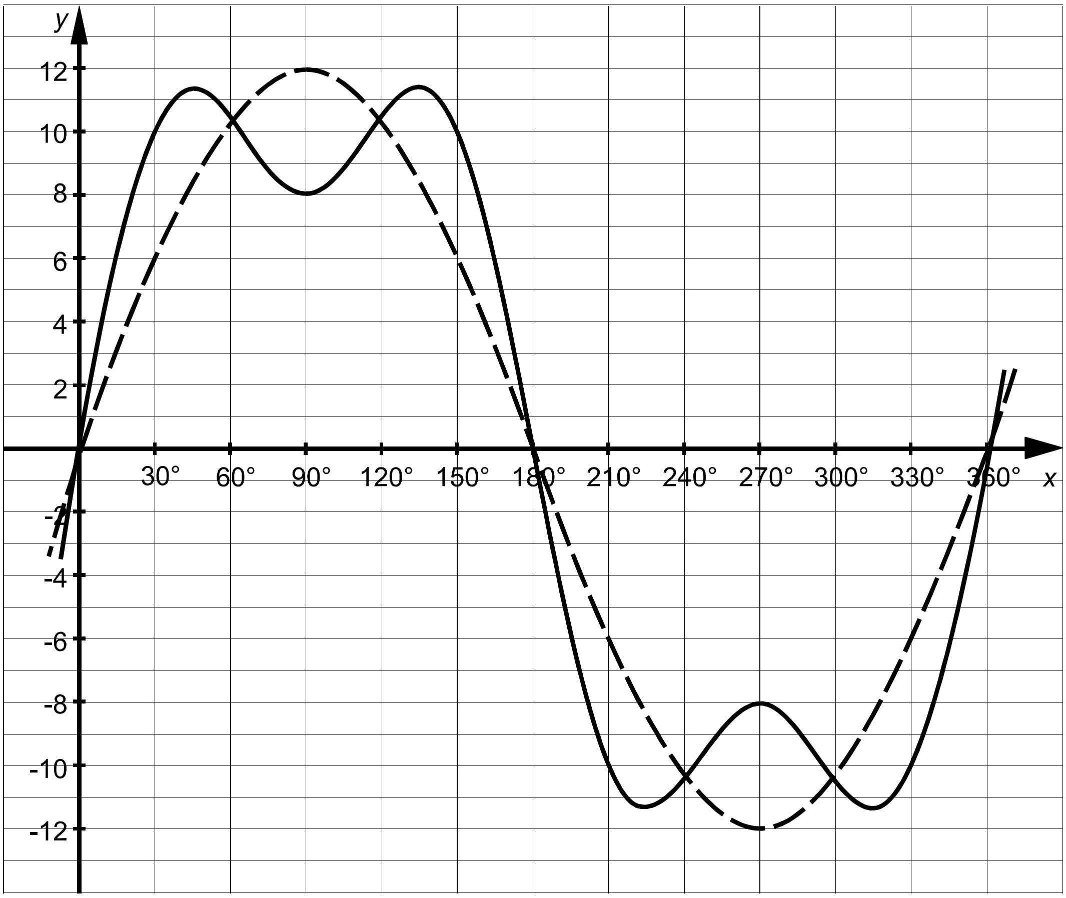
Figur 1

- Figur 2 visar grafen till funktionen $y = 10\sin x + c\sin 2x$
  Funktionen beskriver en ton som består av en grundton och dess första överton.
  Bestäm konstanten c.



Figur 2

- Figur 3 visar graferna till de funktioner som beskriver en grundton $y = 12\sin x$, samt den ton $y = 12\sin x + d\sin kx$ som fås av grundtonen tillsammans med en överton.
  Bestäm konstanterna *d* och *k*.



Figur 3

- Antag att du har en figur som visar graferna till funktionerna $y = p\sin x$ och $y = p\sin x + q\sin nx$, där *n* är ett heltal större än två.
  Beskriv en generell metod för hur man kan bestämma konstanterna *p*, *q* och *n* med hjälp av graferna. (2/4/¤)

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2002 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 1994 (återfinns längst bak i detta häfte).

			Kunskapsområde i målbeskrivningen												Betygskriterium											
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	Trigonometri				Diff. & Integral kalkyl								Godkänd						Väl godkänd					
			1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	8	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1	2	0									x	x			x	x										
2	2	0			x										x	x										
3	2	0		x											x	x										
4	1	0	x												x	x										
5	3	0			x						x				x	x										
6	2	0									x		x		x	x	x									
7	0	2										x									x		x	x		
8	2	0								x					x	x										
9	2	0				x									x	x	x	x								
10a	1	0												x	x	x										
10b	2	0												x	x	x	x									
10c	0	1									x										x			x		
11	2	1				x									x	x	x	x			x					
12	0	3							x		x	x	x								x		x	x	x	
13a	0	1			x																x					
13b	0	2									x	x	x								x		x	x		
14a	0	2					x														x					
14b	0	3					x	x													x		x	x		
14c	0	1					x														x		x			
15	2	4		x	x				x						x	x	x	x	x		x		x	x	x	
Σ	23	20	(10/6)				(13/14)																			

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 43 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 12 poäng.
Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmålen 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 3, 7, 9,11, 12, 14b och 15 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 9, 11, 14 och 15. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 10-15 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 11, 12, 14 och 15 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 11-15 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2002 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														**Betygskriterium**														
Upp-gift nr	**g** po-äng	**vg** po-äng	**¤**	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0													x	x		x		x												
2	2	0							x		x							x		x												
3	2	0						x										x														
4	1	0					x											x														
5	3	0							x						x			x														
6	2	0													x	x		x		x												
7	0	2														x						x		x	x							
8	2	0												x				x		x												
9	2	0								x								x		x												
10a	1	0			x													x														
10b	2	0															x	x		x												
10c	0	1													x							x										
11	2	1								x								x	x	x				x	x							
12	0	3											x		x	x						x		x	x							
13a	0	1							x													x										
13b	0	2													x	x						x		x	x							
14a	0	2									x											x		x								
14b	0	3	¤								x	x										x	x	x	x	x		x				
14c	0	1										x										x		x								
15	2	4	¤					x	x				x					x	x	x		x	x	x	x			x	x		x	
Σ	23	20		1/0			10/6				12/14																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 43 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	24 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	24 poäng varav minst 12 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betyget Godkänd respektive betyget Väl godkänd användes separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4[4] Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

[4] Gäller endast de elever som följer styrdokumenten 2000.

Bedömningsanvisningar (MaD vt 2002)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

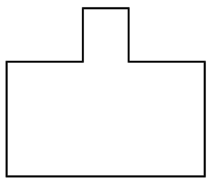
Del I

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.		Max 2/0
	Korrekt primitiv funktion	+1 g
	med korrekt svar (27)	+1 g
2.		Max 2/0
	Korrekt deriverad funktion	+1 g
	med korrekt svar $\left(f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \right)$	+1 g
3.		Max 2/0
	Godtagbar amplitud och period	+1 g
	Godtagbar fasförskjutning	+1 g
	(ekvationen för kurva *B* är $y = 2\sin(x - 15^\circ)$)	
4.		Max 1/0
	Korrekt svar (B: $\sin x = 0{,}8$)	+1 g
5.		Max 3/0
	Bestämt minst en primitiv funktion till $g'(x)$ korrekt.	+1 g
	Förstått att utnyttja $g(\pi) = 2$ för bestämning av konstanten utifrån erhållen primitiv funktion,	+1 g
	med korrekt svar $\left(g(x) = -\frac{\cos 3x}{3} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{5}{3} \right)$	+1 g
6.		Max 2/0
	Korrekt uppställd ekvation med hjälp av primitiv funktion ($\ln a - \ln 1 = 2$)	+1 g
	med godtagbart svar $(a = e^2)$	+1 g

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
7.		**Max 0/2**
	Redovisat godtagbar lösning (3,3)	+1-2 vg

Del II

8.		**Max 2/0**
	Korrekt deriverad funktion ($y' = 20e^{2x}$)	+1 g
	Visat att funktionen satisfierar differentialekvationen	+1 g
9.		**Max 2/0**
	Redovisat godtagbar metod, t ex tecknat ekvationen $7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos A$ som kan användas för bestämning av någon av triangelns vinklar,	+1 g
	med godtagbart svar (78°)	+1 g
10.		**Max 3/1**
a)	Godtagbart svar (62 s)	+1 g
b)	Godtagbar motivering	+1 g
	med godtagbart svar (41,5 cm)	+1 g
c)	Godtagbar skiss	+1 vg



11.		**Max 2/1**
	Redovisat godtagbar metod	+1 g
	Angett ett av de två fallen	+1 g
	Ytterligare ett fall med väl motiverad lösning (0,24 m alternativt 1,84 m från flaggans nedre fäste)	+1 vg
12.		**Max 0/3**
	Godtagbart tecknat integral $\left(\int_0^{1,1183} (e^{0,2x} - x^2)\,dx \right)$	+1-2 vg
	med godtagbart svar (0,787 ae)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
13.		**Max 0/3**
a)	Visat att likheten gäller.	+1 vg
b)	Korrekt bestämd primitiv funktion	+ 1 vg
	med korrekt svar $\left(\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}\right)$	+1 vg
14.		**Max 0/6/¤**
a)	Redovisat godtagbar metod	+1 vg
	med godtagbart svar $(-0{,}4)$	+1 vg
b)	Beräknat andraderivatan $(\, y'' = a\mathrm{e}^{-ax^2}(2ax^2-1)\,)$	+1-2 vg
	Tecknad ekvationen $y''=0$	+1 vg
	Genom att klara uppgiften visar eleven kvaliteter på MVG-nivå genom att använda generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång.	¤
c)	Bestämt a $\left(a=\frac{1}{2}\right)$	+1 vg

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

15. **Max 2/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="2">Kvalitativa nivåer
Lägre</th><th colspan="2">→ Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven bestämmer amplituderna i figur 1 korrekt t.ex. genom avläsning. ($a = 10$ och $b = 4$)
1g</td><td colspan="2">Eleven bestämmer amplituderna i figur 1 korrekt samt använder och redovisar en lämplig metod för bestämning av konstanten c. ($c = 5$)
1g och 1vg</td><td>Eleven bestämmer amplituderna i figur 1 korrekt, använder och redovisar lämpliga metoder för bestämning av konstanterna c, d och k. ($d = 4$ och $k = 3$)
1g och 2vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">Eleven använder resonemang som leder till metoder för bestämning av alla konstanterna. Åtminstone resonemanget bakom bestämningen av konstanterna i figur 3 ska vara redovisade.
1vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att förstå och följa
1g</td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är acceptabelt.
1g och 1vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>2/4</td></tr>
</table>

Eleven beskriver en generell metod för bestämning av amplituder och perioder för liknande problem. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Eleven använder ett matematiskt språk och gör det på i huvudsak korrekt sätt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 15

Elev 1 (2 g)

$y = a\sin x$ det är den stora vågen, en våg per 360°
vågen är högst på 10

$y = b\sin 4x$ det är den kortare vågen
fyra upprepningar per 360°
den är högst på 4

SVAR: $a = 10$ $b = 4$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	
Matematiska resonemang	X	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	Elevens redovisning är någorlunda fullständig.
Summa		**2/0**	

Elev 2 (2 g och 1 vg)

15. a) $y_1 = a \sin x$ 　　 $a =$ Amplituden $= A$ 　　 se fig!

$y_2 = b \sin 4x$

$y_1 = A_1 \sin x = 10 \sin x$

$y_2 = A_2 \sin 4x = 4 \sin 4x$

Svar: $a = 10$

$b = 4$

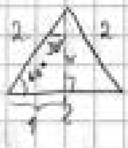
b)

x	y
60°	13
180°	0
300°	-13
360°	0

$y = 10 \sin x + c \sin 2x$

$13 = 10 \sin 60° + c \sin 120°$

$13 = \frac{10\sqrt{3}}{2} + c\frac{\sqrt{3}}{2}$



$2^2 = 1^2 + x^2$

$x = \sqrt{3}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$13 - 5\sqrt{3} = c\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2(13 - 5\sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot c$

$\frac{2(13 - 5\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = c$

$c = 16$

Svar: $c = 16$

c)

$y = 12 \sin x + \sin kx$ $\quad d = 5$

$k = 2$

d) Jag har ingen generell metod.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Räknefel vid beräkning av konstanten *c*.
Matematiska resonemang	X	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	
Summa		**2/1**	

Elev 3 (2 g och 4 vg och ¤)

15a) $a = 10$ (se fig.)

$b = 4$ — " —

max för sinus = 1

$y_{1max} = 10$

$a \cdot 1 = 10$

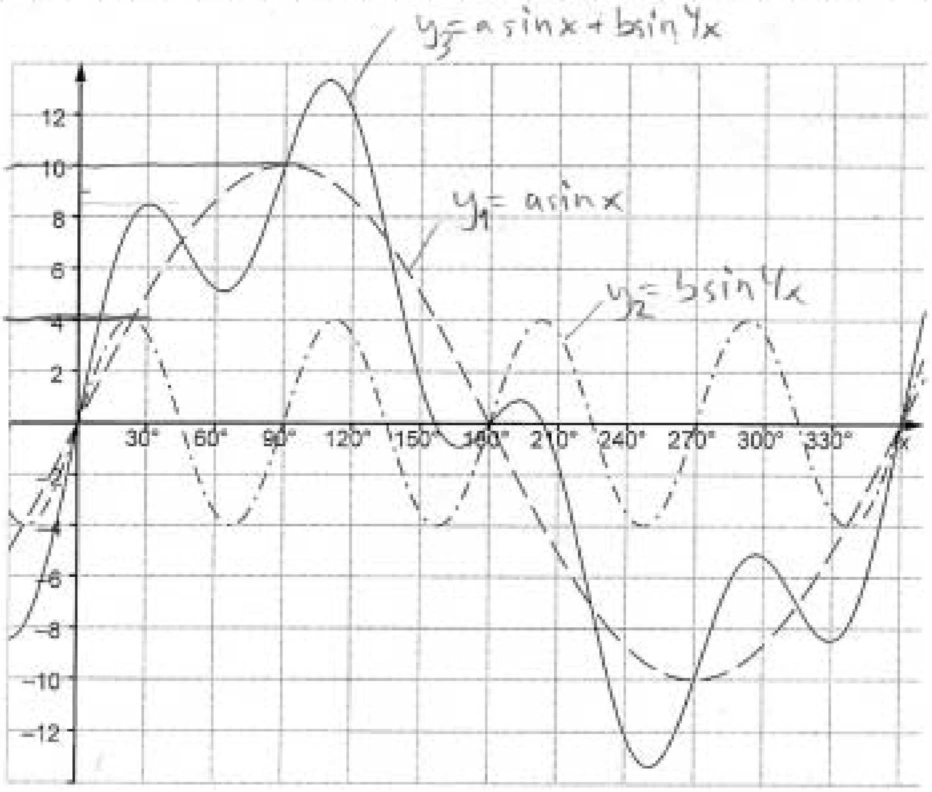
$a = 10$

b:

$y_{2max} = 4$

$b \cdot 1 = 4$

$b = 4$



Figur 1

b) $y_4 = 10\sin x + c\sin 2x$

grundton: $y_5 = a\sin x = 10\sin x$

1:a övertonen: $y_6 = b\sin 2x = c\sin 2x$

$\sin 2x \Rightarrow$ Perioden $= 180°$

$y_6 = c\sin 2x$ har sitt maxvärde vid $45°$

$\sin = 1$ vid $90°$

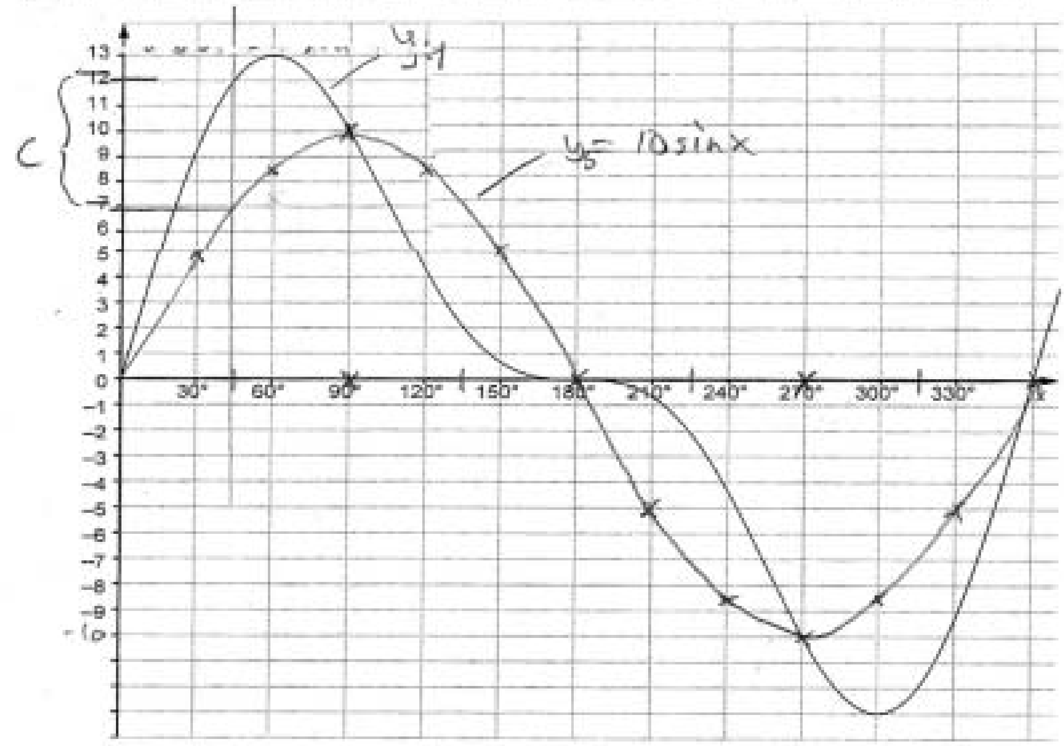
$y_6 = c$

$y_4(90) = 12$

$y_5(90) = 7$

(se fig) $y_6 = y_4 - y_5 = 12 - 7 = 5$

Svar: $c = 5$



Figur 2

15 c)

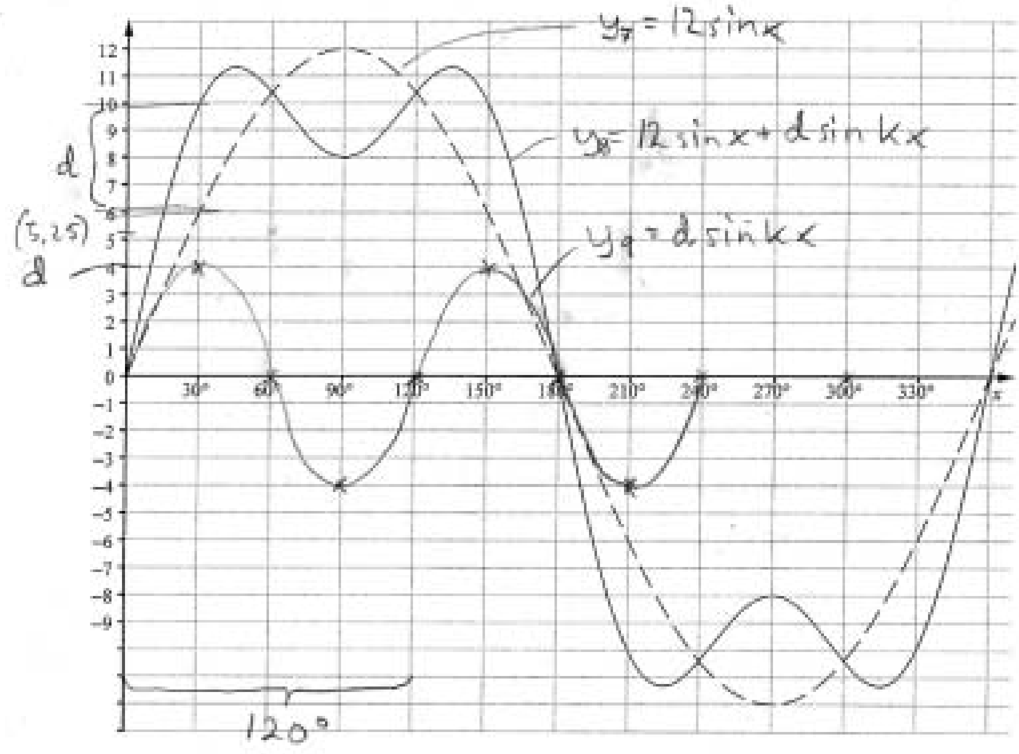
$d = 10 - 6 = 4$ (se fig)

Period$(y_9) = 120°$

$k = \dfrac{360°}{120°} = 3$

$y_9 = 4 \sin 3x$

Svar $d = 4$, $k = 3$



Figur 3

15d) $y = p\sin x + q\sin nx$ $\quad n > 2$

Rita in en kurva som är differansen mellan kurvan för grundtonen och den sammansatta kurvan:

$q\sin nx = y - p\sin x$

p och q fås genom att kontrollera resp. kurvas högsta värde som motsvarar p och q

$$n = \frac{360^\circ}{\text{perioden för nya kurvan}}$$

Min metod är (mycket) logisk

Man kan kontrollera värderna genom att sätta in i formeln: $y = p\sin x + q\sin nx$ och lösa ut den bokstav man vill ha reda på

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	
Matematiska resonemang	X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	
Summa		**2/4**	

Eleven beskriver en generell metod. Eleven tolkar resultaten med matematiska resonemang. Eleven använder ett matematiskt språk och gör det på i huvudsak korrekt sätt. ¤

Mål för matematik kurs D

Kursplan Lpf 94	Kursplan 2000
Trigonometri (T)	
T1.förstå hur enhetscirkeln används för att visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer T2.kunna rita grafer till trigonometriska funktioner av typen y = a sin (bx + v) + c samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp T3.kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer T4.kunna beräkna sidor och vinklar i godtyckliga trianglar	T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning, T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp, T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer, T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,
Differential- och integralkalkyl (D)	
D1.kunna härleda eller numeriskt/grafiskt motivera deriveringsreglerna för trigonometriska funktioner samt för sammansatta funktioner D2.kunna härleda och tillämpa formlerna för derivatan av produkt och kvot D3.förstå tankegången bakom några numeriska metoder för ekvationslösning och vid problemlösning kunna använda grafisk/numerisk programvara D4.känna till begreppet differentialekvation och kunna avgöra om en föreslagen funktion är lösningen till en given ekvation D5.kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning D6.förstå innebörden av begreppet integral och inse sambandet mellan integral och derivata D7.kunna ställa upp, tolka och använda integraler vid area-och volymberäkningar och vid andra tillämpningar D8.förstå tankegången bakom några metoder för numerisk integration och vid problemlösning kunna använda grafisk/numerisk programvara för att beräkna integraler	D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning, D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang, D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara, D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå, D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning, D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar, D11.kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,
Övrigt(Ö)	
ge eleven de matematiska kunskaper som krävs för högre studier inom bl a beteendevetenskap, ekonomi och samhällsvetenskap liksom inom de naturvetenskapliga utbildningar som är mindre matematikintensiva.	Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser, Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 1994

Kurs: **Matematik D**
Poäng: **40**

	G Godkänd		V Väl Godkänd
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. trigonometriska ekvationer och beräkningar av integraler, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen med ett acceptabelt matematiskt uttryckssätt.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			