

Från miniräknare till Geogebra

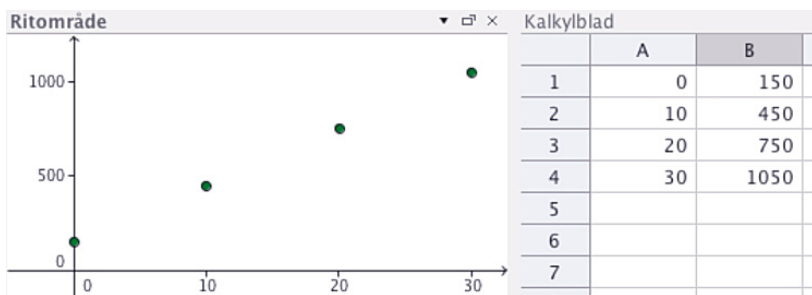
I ett tidigare nummer redogjorde lärare på Katedralskolan i Lund för hur de låtit elever använda sina datorer på nationella prov och vilka problem och lösningar det medfört. Ett program som då är aktuellt är Geogebra och i denna artikel ges praktiska exempel som visar vinster med datorprogrammet istället för traditionellt bruk av miniräknare.

Geogebra ger lärare stora möjligheter att ställa frågor av undersökande karaktär eller att ge eleverna modelleringsuppgifter. Vissa av de möjligheter som programmet erbjuder kräver dock en omställning i hur man undervisar. För att hitta lämpliga matematiska modeller som kan åskådliggöras i Geogebra krävs det att läraren själv har goda kunskaper i hur programmet fungerar. När det gäller undersökande uppgifter går det ofta att utgå ifrån traditionella matematikuppgifter och omformulera frågeställningen. Istället för att exempelvis visa randvinkelsatsen och sedan låta eleverna räkna ett antal uppgifter där satsen används, kan eleverna upptäcka vad som gäller genom att de experimenterar med Geogebra.

Linjära modeller

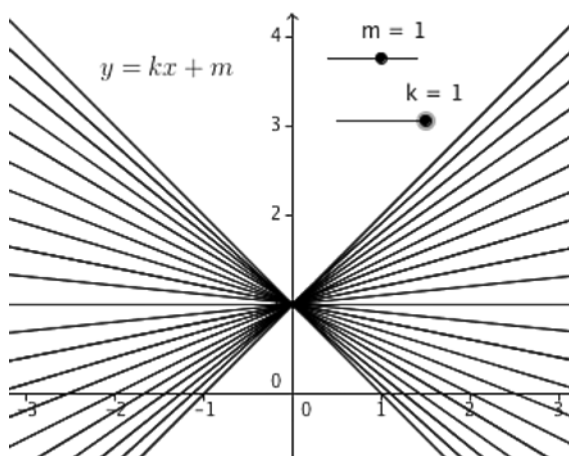
Den vanligaste introduktionen till funktionslära är linjär modellering. I ett inledande skede gör man värdetabeller och sedan prickas värdena in som punkter i ett koordinatsystem. Därefter införs begreppen linjär funktion och den rätta linjens ekvation. I Geogebra kan dessa steg enkelt åskådliggöras. Programmet bjuder på flera möjligheter att låta eleverna växla mellan olika representationsformer, att experimentera och att dra egna slutsatser.

Steget att gå från en värdetabell till punkter i ett koordinatsystem, görs med hjälp av det inbyggda kalkylbladet. Då kalkylbladet är markerat visas en verktygsrad för just kalkylblad. Genom att markera de två kolumnerna och använda verktyget *Skapa lista*, skapas en lista med punkter och man kan sedan lägga in en tillhörande linje. Geogebra skiljer på begreppen linje och funktion. Skriver vi $y=30x+150$ i inmatningsraden skapas en linje som representerar en ekvation. En linje kan även skapas med verktyget *Linje genom två punkter*. Skriver vi in $f(x)=30x+150$ skapas en funktion. Det går att zooma in eller ut genom att använda mushjulet. Vill man skala om axlarna, markeras verktyget *Flytta ritområdet* och därefter går det att dra i axlarna med datormusen.



Geogebra och olika representationsformer.

För att ta nästa steg mot räta linjens ekvation, kan verktyget *Lutning* användas på linjer genom två punkter. När man sedan i det sista steget kommer fram till den räta linjens ekvation, kan den åskådliggöras på ett generellt sätt i Geogebra med hjälp av så kallade glidare. Med en glidare kan man variera värdet på en parameter i en ekvation, exempelvis lägga in två glidare med namnen m respektive k och sedan skriva in ekvationen $y=k \cdot x+m$. Notera att man måste använda multiplikationstecken mellan k och x , annars uppfattas det som en variabel med namnet kx . Genom att högerklicka på linjen, välja *Spår på* och sedan dra i glidaren k , går det att visualisera hur linjer med ett fixt m -värde och olika riktningskoefficient ser ut.



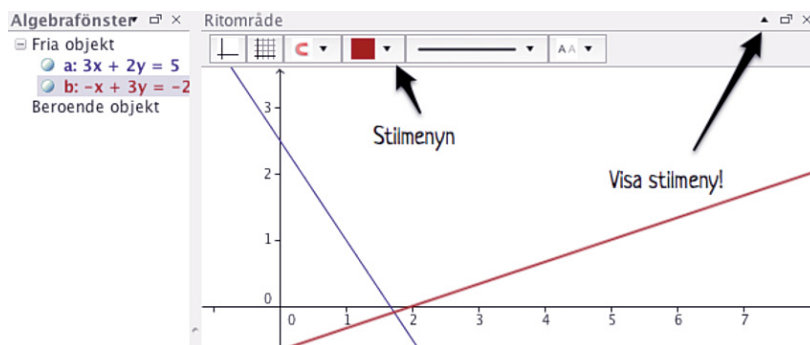
Geogebra visar en kurvskara.

Ekvationssystem och skärningspunkter

I Geogebra kan uppgiften att bestämma alla lösningar till ett linjärt ekvationssystem i två variabler genom att grafiskt hitta eventuella skärningspunkter, lösas på ett sätt som är snarlikt en lösning med miniräknare. När skärningspunkten som åskådliggörs i figuren nedan ska bestämmas skriver man in vardera ekvation i inmatningsraden, först $3x+2y=5$ och sedan $-x+3y=-2$.

Båda ekvationerna blir synliga i algebrafönstret och de två linjerna visas i ritområdet. När skärningspunkten ska bestämmas används verktyget *Skärning mellan två objekt*. Genom att färglägga linjerna underlättar det att se vilken linje som hör till vilken ekvation. Klickar man på den lilla pilen överst i ritområdet, får man fram den så kallade stilmenyn och där kan man ändra färg eller andra visuella egenskaper på det markerade objektet.

Geogebra visar lösning av ett ekvationssystem.



Notera att verktygen i Geogebra verkar på generella objekt som kan vara linjer, grafer till funktioner eller geometriska objekt. Lär sig eleverna att använda dessa verktyg då de håller på med geometri, kan de sedan använda samma verktyg vid exempelvis funktionslära.

Undersök funktioner

Genom att klicka på verktyget *Function Inspector*, som är nytt i ver 4.0, och sedan på en funktion, kan man undersöka en funktions olika egenskaper på ett intervall eller i en punkt.

I figuren nedan visar vi hur det ser ut om man undersöker en funktion i en punkt. De dynamiska egenskaperna, att man kan dra i punkten eller styra via glidarna som är Geogebbras styrka, kan tyvärr inte visas i en statisk bild, utan åskådliggörs bäst genom att man själv provar Geogebra. Programmet kan laddas ner från www.geogebra.org. I artikelns exempel har Geogebra 4.0 använts.

